M1 - DAC	Examen partiel (2h)	Année 2015-2016
IAMSI	2 mars 2016	Université Paris 6

Rappels : **Aucun document n'est autorisé.** Le barème n'est donné qu'à titre indicatif. Une annexe contenant des rappels de cours est donnée en fin de sujet. **Ce sujet comporte 4 pages.**

Les 2 parties A et B doivent être rédigées sur des copies séparées.

Partie A

Exercice 1 *Jeu à 2 joueurs (7 points)*
On considère l'arbre de recherche (noté ADR) donné dans le tableau suivant :

Positions	A	B	C	D	E	F	G	H	J
Filles	B ;C ;D	E ;F ;G	H ;10	J ;K ;L	M ;N ;	5 ;-1	P ;Q	7 ;5	R ;4
Positions	K	L	M	N	P	Q	R	T	
Filles	T ;0	7 ;10	3 ;7 ;0	2 ;8	3 ;-1	-2 ;7	2 ;3	-1 ; 0	

La racine de cet arbre est la position A. Les positions filles de A (atteignables en 1 coup) sont les positions B, C et D, et ainsi de suite. Les positions terminales (feuilles) de ADR n'ont pas de nom, pour elles, on ne donne que le résultat de la fonction d'évaluation. Les positions filles d'une position sont examinées dans l'ordre donné (B avant C, etc.). Le camp qui doit jouer dans la position A est le camp AMI (qui cherche maximiser la fonction d'évaluation).

1. L'efficacité de l'algorithme alpha-bêta dépend des valeurs choisies pour α et β lors du lancement de l'algorithme. Expliquer pourquoi.
2. Donner une évaluation de la racine A de ADR en utilisant l'algorithme alpha-bêta en prenant 5 et 9 comme valeurs initiales. Les nœuds de l'arbre examinés doivent être donnés dans l'ordre dans lequel ils sont examinés. Pour chaque branche coupée, le type de coupe (type α ou type β) doit être indiqué et justifié.
3. Dans le déroulement de l'algorithme à la question précédente, quelles sont les coupes qui sont réalisées grâce aux choix des valeurs initiales de α et de β et qui n'auraient pas été réalisées avec le choix $-\infty$, $+\infty$ classique ? Justifier sans dérouler à nouveau l'algorithme.
4. Que se passe-t-il si on décide de prendre les valeurs 8 et 11 comme valeurs initiales ?
5. L'algorithme minimax repose sur l'hypothèse qu'il existe une fonction d'évaluation de la position que AMI cherche à maximiser et que ENNEMI cherche à minimiser. Quel impact sur l'algorithme a le fait que ENNEMI ne choisit pas les coups qui minimisent la fonction d'évaluation ? Expliquer.

Exercice 2 *Base de règles (5 points)*
On considère la base de règles suivante :

R_1 : si C et F alors A	R_6 : si C alors K
R_2 : si G alors D	R_7 : si B et C alors E
R_3 : si G et H alors C	R_8 : si E et J alors K
R_4 : si F et K alors B	R_9 : si B et G alors L
R_5 : si A alors B	R_{10} : si C et M alors B

Dans tout cet exercice, on considère que les règles sont choisies dans l'ordre de la base de règles.

1. On considère la base initiale de faits : $\{F, G, H\}$. Donner les conclusions qui peuvent être déduite en indiquant le mode de chaînage approprié et en justifiant les réponses.
2. En considérant comme base initiale de faits $\{E, F, G, H, J, M\}$, montrer que l'on peut prouver le fait B. Indiquer le nombre de preuves qui peuvent être établies et le nombre minimum d'inférences possibles pour prouver B.
3. Même question mais avec le fait L à prouver.
4. Pour implémenter cette base de règles et résoudre la question 1, vaut-il mieux prendre Prolog ou CLIPS ? Justifier.

Partie B

Exercice 3 *SAT - Algorithmes (5 points)*

On considère la théorie Σ suivante :

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee \neg x_6$	$\phi_5 = \neg x_2 \vee x_{10}$	$\phi_9 = \neg x_5 \vee \neg x_7 \vee x_{10}$
$\phi_2 = x_1 \vee x_5$	$\phi_6 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6$	$\phi_{10} = x_6 \vee x_7 \vee x_{10}$
$\phi_3 = \neg x_1 \vee x_2$	$\phi_7 = x_3 \vee x_8 \vee \neg x_{10}$	$\phi_{11} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\phi_4 = \neg x_1 \vee x_8$	$\phi_8 = \neg x_3 \vee \neg x_5$	$\phi_{12} = x_9 \vee \neg x_{10}$

Note : Cette théorie est reproduite en plusieurs exemplaires en annexe, afin que vous puissiez vous en servir pour dérouler vos algorithmes (et éviter ainsi de bêtes erreurs de recopies de l'énoncé). L'annexe doit être rendue avec la partie B. Il est possible de répondre directement dessus, ou d'y faire référence (en précisant le numéro) dans votre copie.

1. **DPLL -** Appliquer l'algorithme DPLL avec l'heuristique donnée ci-dessous pour montrer si la théorie est SAT ou UNSAT. Pour le premier choix de variable de décision, le résultat de l'heuristique vous est donné pour gagner du temps : l'heuristique indique de choisir x_1 et de brancher sur faux. Il faudra en revanche appliquer vous-même l'heuristique pour les éventuelles autres décisions.

   A chaque niveau de décision, il est demandé d'indiquer comment évolue l'interprétation partielle courante, en précisant si les ajouts sont dus à des littéraux purs ou à la propagation unitaire (auquel cas, indiquer aussi le nom de la clause). Les backtracks et changements de branche, ainsi que la conclusion finale, doivent aussi être explicitement mentionnés, de même que les applications de l'heuristique de choix de variable de décision.

   Heuristique de choix de la variable de décision : on utilise l'heuristique basée sur le nombre d'occurrences (positives et négatives) de la variable dans les clauses les plus petites. Pour $k \in \mathbb{N}, k > 1$ représentant une longueur de clause, et p une variable propositionnelle, on pose $h_k(p) = nb_{occ}(k, \Sigma, p) + nb_{occ}(k, \Sigma, \neg p)$ où $nb_{occ}(k, \Sigma, l) = Card(\{C_j \in \Sigma | l \in C_j \text{ et } Card(C_j) = k\})$ est le nombre d'occurrences du littéral l dans des clauses de Σ de taille k. L'heuristique consiste alors à sélectionner les variables qui maximisent h_2, puis, parmi celles-ci, celles qui maximisent h_3, et ainsi de suite pour isoler une seule variable. Si cela ne suffit pas à départager deux variables (même valeur de h_k pour tous les k), on utilise l'ordre alphabétique de leur nom. On explore toujours la branche qui a le plus d'occurrences totales en premier ou faux en cas d'égalité (on branche donc sur vrai si la variable apparaît strictement plus souvent positivement dans la théorie et faux sinon).
2. **CDCL** – L'heuristique de choix de variables est initialement uniquement basée sur l'ordre de variables : x_1 est choisi en premier, puis x_2, etc... On teste toujours en premier la valeur faux.
   (a) Dérouler les choix et propagations unitaires suivant l'heuristique jusqu'à arriver à un conflit. Indiquer à chaque niveau de décision, la variable choisie et les variables dérivées par propagation unitaire (en indiquant pour chacune la clause dont elle est dérivée).
   (b) Analyser le conflit pour déterminer le premier point d'implication unique (FUIP). Vous pourrez utiliser au choix la méthode de résolution ou le graphe d'implication.
   (c) Indiquer la clause apprise et effectuer le backjump (retour arrière non synchrone) qui s'ensuit, puis dérouler le reste de l'algorithme (sans changer l'heuristique et en utilisant la méthode de votre choix en cas de nouveaux conflits à analyser) jusqu'à pouvoir conclure sur la satisfiabilité de cet ensemble de clauses et donner la conclusion.

Exercice 4 *SAT - Encodage (3 points)*

1. Traduire en un ensemble de clauses la contrainte de cardinalité $a + b + c + d = 1$, où a, b, c et d sont des variables propositionnelles, en précisant la méthode choisie (par paire ou bitwise) et les éventuelles variables propositionnelles ajoutées.

2. Traduire en contrainte de cardinalité les deux phrases suivantes :
   (a) *Chaque électeur vote pour un candidat au plus.* On utilise des variables propositionnelles $v_{e,c}$ signifiant que l'électeur $e \in \{1, \ldots, N_e\}$ vote pour le candidat $c \in \{1, \ldots, N_c\}$.
   (b) *Tous les jours, Georges lit au moins un journal parmi le Monde, le Figaro et Libération.* On utilise des variables propositionnelles $monde_j$, $figaro_j$ et $libe_j$ pour $j \in \{1, \ldots, 5\}$ qui signifient qu'au jour j, Georges lit le Monde (respectivement le Figaro ou Libération).

Exercice 5 *ASP - Question de cours (1 point)*
Donner la définition du modèle stable d'un programme positif.

NOM :
Prénom :

Annexe

Exemplaire 1

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee \neg x_6$
$\phi_2 = x_1 \vee x_5$
$\phi_3 = \neg x_1 \vee x_2$
$\phi_4 = \neg x_1 \vee x_8$
$\phi_5 = \neg x_2 \vee x_{10}$
$\phi_6 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6$
$\phi_7 = x_3 \vee x_8 \vee \neg x_{10}$
$\phi_8 = \neg x_3 \vee \neg x_5$
$\phi_9 = \neg x_5 \vee \neg x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{10} = x_6 \vee x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{11} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\phi_{12} = x_9 \vee \neg x_{10}$

Exemplaire 2

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee \neg x_6$
$\phi_2 = x_1 \vee x_5$
$\phi_3 = \neg x_1 \vee x_2$
$\phi_4 = \neg x_1 \vee x_8$
$\phi_5 = \neg x_2 \vee x_{10}$
$\phi_6 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6$
$\phi_7 = x_3 \vee x_8 \vee \neg x_{10}$
$\phi_8 = \neg x_3 \vee \neg x_5$
$\phi_9 = \neg x_5 \vee \neg x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{10} = x_6 \vee x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{11} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\phi_{12} = x_9 \vee \neg x_{10}$

Exemplaire 3

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee \neg x_6$
$\phi_2 = x_1 \vee x_5$
$\phi_3 = \neg x_1 \vee x_2$
$\phi_4 = \neg x_1 \vee x_8$
$\phi_5 = \neg x_2 \vee x_{10}$
$\phi_6 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6$
$\phi_7 = x_3 \vee x_8 \vee \neg x_{10}$
$\phi_8 = \neg x_3 \vee \neg x_5$
$\phi_9 = \neg x_5 \vee \neg x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{10} = x_6 \vee x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{11} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\phi_{12} = x_9 \vee \neg x_{10}$

Exemplaire 4

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee \neg x_6$
$\phi_2 = x_1 \vee x_5$
$\phi_3 = \neg x_1 \vee x_2$
$\phi_4 = \neg x_1 \vee x_8$
$\phi_5 = \neg x_2 \vee x_{10}$
$\phi_6 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6$
$\phi_7 = x_3 \vee x_8 \vee \neg x_{10}$
$\phi_8 = \neg x_3 \vee \neg x_5$
$\phi_9 = \neg x_5 \vee \neg x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{10} = x_6 \vee x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{11} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\phi_{12} = x_9 \vee \neg x_{10}$

Exemplaire 5

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee \neg x_6$
$\phi_2 = x_1 \vee x_5$
$\phi_3 = \neg x_1 \vee x_2$
$\phi_4 = \neg x_1 \vee x_8$
$\phi_5 = \neg x_2 \vee x_{10}$
$\phi_6 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6$
$\phi_7 = x_3 \vee x_8 \vee \neg x_{10}$
$\phi_8 = \neg x_3 \vee \neg x_5$
$\phi_9 = \neg x_5 \vee \neg x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{10} = x_6 \vee x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{11} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\phi_{12} = x_9 \vee \neg x_{10}$

Exemplaire 6

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee \neg x_6$
$\phi_2 = x_1 \vee x_5$
$\phi_3 = \neg x_1 \vee x_2$
$\phi_4 = \neg x_1 \vee x_8$
$\phi_5 = \neg x_2 \vee x_{10}$
$\phi_6 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6$
$\phi_7 = x_3 \vee x_8 \vee \neg x_{10}$
$\phi_8 = \neg x_3 \vee \neg x_5$
$\phi_9 = \neg x_5 \vee \neg x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{10} = x_6 \vee x_7 \vee x_{10}$
$\phi_{11} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\phi_{12} = x_9 \vee \neg x_{10}$