

**Rappels** : **Aucun document n'est autorisé.** Le barème n'est donné qu'à titre indicatif.

**Les 2 parties A et B doivent être rédigées sur des copies séparées.**

## Partie A

### Exercice 1 *Jeu à 2 joueurs (5 points)*

On considère l'arbre de recherche (noté ADR) donné dans le tableau suivant et représenté graphiquement en annexe :

<b>Positions</b>	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L
<b>Filles</b>	B;C	D;E;F	G;H;J	K;L	M	N;9;P	Q	R;3	S;T;U	5;3;9	2;0
<b>Positions</b>	M	N	P	Q	R	S	T	U			
<b>Filles</b>	4;2;3	6;4	5;2	1;9;0	5;2	2;8;4	3;7	7;6;0			

La racine de cet arbre est la position A pour laquelle c'est le camp AMI (qui cherche maximiser la fonction d'évaluation) qui doit jouer. Les positions filles de A (atteignables en 1 coup) sont les positions B et C, et ainsi de suite. Les positions terminales (feuilles) de ADR n'ont pas de nom, pour elles, on ne donne que le résultat de la fonction d'évaluation. Les positions filles d'une position sont examinées dans l'ordre donné (B avant C, etc.).

Pour répondre aux questions vous pouvez utiliser l'annexe fournie et la rendre avec votre copie.

1. Qu'est-ce qui différencie un arbre de jeu et un arbre de recherche ?
2. Quelle est la suite de coups proposée par l'algorithme minimax sur cet arbre ? Donner son évaluation.
3. Donner l'évaluation de la racine de ADR en utilisant l'algorithme alpha-béta ainsi que le nombre de feuilles examinées. Les nœuds de l'arbre examinés doivent être donnés dans l'ordre dans lequel ils sont examinés. Pour chaque branche coupée, le type de coupe (type  $\alpha$  ou type  $\beta$ ) doit être indiqué et justifié.
4. Indiquer comment modifier ADR en réarrangeant ses nœuds afin d'augmenter le nombre coupes obtenues.

### Exercice 2 *Base de règles (4 points)*

On considère la base de 11 règles suivante :

$R_1$ : si B et C alors A	$R_7$ : si P alors B
$R_2$ : si D et E alors A	$R_8$ : si P alors L
$R_3$ : si F alors B	$R_9$ : si M et P alors F
$R_4$ : si G alors C	$R_{10}$ : si K et N et P alors G
$R_5$ : si G alors D	$R_{11}$ : si M et N alors G
$R_6$ : si L alors E	

Dans tout l'exercice, en dehors d'autre indication, on considère que les règles sont choisies dans l'ordre de la base.

1. On considère la base initiale de faits  $\{L, M, N\}$ . Donner les conclusions qui peuvent en être déduites, en indiquant le mode de chaînage approprié et en justifiant les réponses.
2. En considérant comme base initiale de faits  $\{K, N, P\}$ , peut-on prouver le fait  $A$  ? Selon le cas, indiquer soit pourquoi ce fait n'est pas prouvable, soit, s'il est prouvable, le nombre de preuves qui peuvent être établies et le nombre minimum d'inférences nécessaires pour prouver  $A$ .

## Partie B

### Exercice 3 SAT - Algorithmes (4 points)

On considère la théorie suivante, reproduite dans l'annexe :

$$\begin{array}{lll} \phi_1 = x_1 \vee \neg x_3 \vee \neg x_7 & \phi_6 = \neg x_1 \vee x_5 \vee x_6 & \phi_{10} = \neg x_2 \vee x_4 \vee x_5 \\ \phi_2 = x_1 \vee \neg x_4 \vee x_6 & \phi_7 = \neg x_1 \vee x_7 & \phi_{11} = \neg x_2 \vee \neg x_5 \\ \phi_3 = x_1 \vee \neg x_6 & \phi_8 = x_2 \vee x_4 \vee \neg x_5 & \phi_{12} = x_3 \vee x_4 \vee x_5 \\ \phi_4 = \neg x_1 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 & \phi_9 = x_2 \vee x_7 & \phi_{13} = \neg x_6 \vee \neg x_7 \\ \phi_5 = \neg x_1 \vee x_3 \vee x_6 & & \end{array}$$

Déterminer si cette théorie est satisfiable ou non en utilisant, **au choix**, l'algorithme DPLL ou l'algorithme CDCL. Si la théorie est satisfiable, un modèle doit être donné.

Le choix, DPLL ou CDCL, doit être clairement indiqué en début d'exercice. Chaque étape de raisonnement doit être indiquée. Pour répondre aux questions vous pouvez utiliser l'annexe fournie.

Pour DPLL, l'heuristique de choix utilisée est celle du TD : on choisit la variable qui a le plus d'occurrences parmi toutes les clauses de taille 2 (de la théorie actuelle), en départageant les ex aequo sur les clauses de taille 3, puis l'ordre des variables si l'égalité subsiste. On branche en premier sur la valeur qui apparaît le plus dans les clauses ou FAUX en cas d'égalité. Il est demandé d'indiquer explicitement l'évolution de l'interprétation partielle en indiquant ce qui provient de choix, de propagation unitaire ou de littéraux purs, les applications de l'heuristique pour les choix et les backtracks (en construisant un arbre des choix explorés par exemple).

Pour CDCL, l'heuristique de choix de variables est uniquement basée sur l'ordre de variables :  $x_1$  est choisie en premier, puis  $x_2$ , etc... On teste toujours en premier la valeur faux. Il est demandé d'indiquer, comme en TD, chaque niveau de décision, avec l'origine des propagations unitaires, de détailler les analyses de conflits (par résolution ou avec le graphe d'implication) en indiquant bien la clause apprise et le niveau du backjump.

N'oubliez pas de conclure en justifiant votre conclusion.

### Exercice 4 ASP (4 points)

Déterminer les answer sets des programmes suivants :

$$\Pi_1 \left\{ \begin{array}{l} a \leftarrow b. \\ b \leftarrow a. \\ c \leftarrow a, d. \\ d \leftarrow a, c. \\ \leftarrow a, b. \end{array} \right. \quad \Pi_2 \left\{ \begin{array}{l} a \leftarrow b, \text{not } d. \\ d \leftarrow c, \text{not } a. \\ b \leftarrow \text{not } d. \\ c \leftarrow \text{not } a. \end{array} \right. \quad \Pi_3 \left\{ \begin{array}{l} a. \\ b \leftarrow a, \text{not } c. \\ c \leftarrow \text{not } a. \\ d \leftarrow b, \text{not } d. \end{array} \right.$$

### Exercice 5 Modélisation en ASP (5 points)

Un restaurant sert deux types de plats, viande ou poisson. Les viandes peuvent être accompagnées de frites, haricots verts ou gratin, et les poissons de carottes ou de gratin. Ce sont les seules possibilités. Chaque client doit choisir un plat entre viande et poisson et doit aussi choisir un accompagnement parmi ceux correspondant à son premier choix. Il ne reste actuellement plus qu'un seul gratin, et un seul client peut donc en commander. Trois clients, Quentin, Roxane et Sylvain, arrivent. Roxane veut des frites ou du gratin et Quentin veut du poisson, mais pas de carottes.

Que peuvent commander les trois clients qui correspondent à leurs envies ?

On se propose de traduire le problème en ASP, en utilisant les les prédicats suivants :

- `garniture(G)` signifie que  $G$  est une garniture (i.e. un accompagnement) proposée par le restaurant.
- `platPrinc(P)` signifie que  $P$  est un plat principal proposé par le restaurant.
- `plat(N)` signifie que  $N$  est un plat principal ou une garniture proposé par le restaurant.
- `client(C)` signifie que  $C$  est un client.
- `accompagne(P, G)` signifie que la garniture  $G$  est un accompagnement possible du plat principal  $P$ .

—  $\text{commande}(C, N)$  signifie que le client  $C$  choisit le plat (plat principal ou accompagnement)  $N$ .

On donne le début d'un programme ASP, définissant les domaines (rappel :  $\text{p(a;b)}$  est un raccourci pour  $\text{p(a). p(b)}$ ) :

```
platPrinc(viande;poisson).
garniture(frites;gratin;haricots;carottes).
plat(X) :- platPrinc(X).
plat(X) :- garniture(X).
client(quentin;roxane;sylvain).
accompagne(viande,frites).
accompagne(viande,haricots).
accompagne(viande,gratin).
accompagne(poisson,gratin).
accompagne(poisson,carottes).
```

1. Complétez ce programme pour représenter le problème, en traduisant les phrases suivantes :
  - (a) *Chaque client doit choisir un plat entre viande et poisson.*
  - (b) *Chaque client [...] doit aussi choisir un accompagnement parmi ceux correspondant à son premier choix.*
  - (c) *Il ne reste actuellement plus qu'un seul gratin, et un seul client peut donc en commander.*
  - (d) *Roxane veut des frites ou du gratin et Quentin veut du poisson, mais pas de carottes.*
2. Indiquer comment répondre à la question “*Que peuvent commander les trois clients qui correspondent à leurs envies ?*” à partir des answer sets de ce programme. Il n'est pas demandé de calculer ces derniers, mais seulement d'indiquer comment les exploiter.



Feuille à remettre avec la partie A

NUMERO D'ANONYMAT :







