M1 - DAC	Examen 2e session (2h)	Année 2017-2018
IAMSI	27 juin 2018	Sorbonne Université

Rappels : **Aucun document n'est autorisé.** Le barème n'est donné qu'à titre indicatif. Ce sujet comporte 3 pages.

Exercice 1 *Jeu à 2 joueurs (inspiré par Russel & Norvig) (6pt)*

On souhaite réaliser un joueur artificiel pour le jeu de Morpion. Le jeu se joue sur un damier 3x3, vide au départ, dans lequel l'un des 2 joueurs met des 'x' (c'est lui qui débute la partie) et l'autre des 'o'. Le gagnant est celui qui réalise une ligne, une colonne ou une diagonale avec ses marques. Dans ce qui suit, on considère que l'on se repère dans le damier à l'aide d'un système de coordonnées : les colonnes sont désignées par des lettres ('A' à 'C') et les lignes par des numéros ('1' à '3'). La case de coin en haut et à gauche est la case 'A1'.

Soit n, un entier naturel compris entre 1 et 3, on note X_n le nombre de lignes, colonnes ou diagonales contenant exactement n marques 'x' et aucune marque 'o'. De la même façon on note O_n, le nombre de lignes, colonnes ou diagonales contenant exactement n marques 'o' et aucune 'x'.

On définit la fonction d'évaluation d'une position P comme suit :

— $\texttt{Evalue}(P) = 25$ si $X_3 > 0$

— $\texttt{Evalue}(P) = -25$ si $O_3 > 0$

— $\texttt{Evalue}(P) = 5(X_2 - O_2) + 2(X_1 - O_1)$

Q. 1. `Evalue` est-elle une bonne fonction d'évaluation ? Pourquoi ?

Q. 2. Qui doit minimiser et qui doit maximiser la valeur de cette fonction ? Pourquoi ?

Q. 3. Pour éviter d'examiner les positions équivalentes, on peut considérer les symétries existantes dans le damier. Ainsi, à partir du damier vide, il n'existe que 3 coups possibles qui soient vraiment différents. Donner ces 3 coups en expliquant votre choix.

Q. 4. On considère maintenant la position Pos suivante survenue après la séquence de coups 'xB2', 'oA1', 'xA2', 'oC2', 'xA3' (pour simplifier on note 'xB2' : le camp 'x' joue en 'B2', etc.) :

	A	*B*	*C*
1	o		
2	x	x	o
3	x		

Dans cette position Pos, c'est maintenant à 'o' de jouer. Dans ce qui suit, on examinera les coups dans l'ordre suivant : les coups sur la 1ère ligne avant ceux sur la 2ème, etc. Sur une même ligne, les coups seront examinés par nom de colonne croissant.

En respectant l'ordre donné pour l'examen des coups, construire l'arbre de recherche partant de la position Pos donnée et allant à une profondeur de 2 coups, en prenant en compte, s'il y en a, les symétries possibles pour simplifier la taille de l'arbre.

Q. 5. Pour chaque feuille de l'arbre de recherche, donner le résultat, en détaillant le calcul réalisé, de la fonction `Evalue` appliquée à la position de la feuille.

Q. 6. Pour chaque nœud interne de l'arbre de recherche donner une évaluation en utilisant l'algorithme alpha-béta appliqué sur l'arbre construit à la question précédente en détaillant le parcours suivi par l'algorithme et les coupes éventuelles rencontrées.

Q. 7. Quel est le coup à jouer pour 'o' dans la position Pos ?

Exercice 2 *Problème SAT (5pts)*

1. Quelles sont les principales différences entre les problèmes ASP et SAT ?
2. On considère la théorie suivante, reproduite dans l'annexe

$\varphi_0 = \neg x_1 \lor x_5$	$\varphi_1 = x_1 \lor x_4$	$\varphi_2 = x_1 \lor \neg x_7$	$\varphi_3 = x_2 \lor \neg x_3$
$\varphi_4 = \neg x_2 \lor x_3 \lor \neg x_5$	$\varphi_5 = \neg x_5 \lor \neg x_6$	$\varphi_6 = x_3 \lor x_6$	$\varphi_7 = \neg x_4 \lor x_5 \lor x_{11}$
$\varphi_8 = x_5 \lor x_8$	$\varphi_9 = x_7 \lor x_9 \lor \neg x_{10}$	$\varphi_{10} = \neg x_8 \lor \neg x_9$	$\varphi_{11} = \neg x_8 \lor x_{10} \lor \neg x_{11}$

Déterminer si cette théorie est satisfiable ou non en utilisant, **au choix**, l'algorithme DPLL ou l'algorithme CDCL. Si la théorie est satisfiable, un modèle doit être donné.

Le choix, DPLL ou CDCL, doit être clairement indiqué en début d'exercice. Chaque étape de raisonnement doit être indiquée. Pour répondre aux questions vous pouvez utiliser l'annexe fournie. Pour DPLL, l'heuristique de choix utilisée est celle du TD : on choisit la variable qui a le plus d'occurrences parmi toutes les clauses de taille 2 (de la théorie actuelle), en départageant les ex aequo sur les clauses de taille 3, puis l'ordre des variables si l'égalité subsiste. On branche en premier sur la valeur qui apparaît le plus dans les clauses ou FAUX en cas d'égalité. Il est demandé d'indiquer explicitement l'évolution de l'interprétation partielle en indiquant ce qui provient de choix, de propagation unitaire ou de littéraux purs, les applications de l'heuristique pour les choix et les backtracks (en construisant un arbre des choix explorés par exemple).

Pour CDCL, l'heuristique de choix de variables est uniquement basée sur l'ordre de variables : x_1 est choisie en premier, puis x_2, etc... On teste toujours en premier la valeur faux. Il est demandé d'indiquer, comme en TD, chaque niveau de décision, avec l'origine des propagations unitaires, de détailler les analyses de conflits (par résolution ou avec le graphe d'implication) en indiquant bien la clause apprise et le niveau du backjump.

N'oubliez pas de conclure en justifiant votre conclusion.

Exercice 3 *Règles d'association (7pts)*

On considère dans cet exercice les mesures vues en cours et TD. Soit $\mathcal{T} = \{t_1, \dots, t_n\}$ un ensemble de n transactions définies à partir de $\mathcal{I} = \{i_1, \dots, i_m\}$ un ensemble de m items. On note $\mathcal{S}$ l'ensemble de tous les itemsets issus de $\mathcal{I}$. Soit $minsupp$ et $minconf$, deux valeurs de $[0, 1]$.

1. Que vaut le cardinal de $\mathcal{S}$?
2. Montrer que, $\forall X \in \mathcal{S}$, si $supp(X) \leq minsupp$ alors $\forall Y \in \mathcal{S}$ $supp(X \cup Y) \leq minsupp$.
3. Expliquer pourquoi la propriété précédente est importante pour l'algorithme a-priori.
4. On considère l'ensemble $\mathcal{T}$ contenant les 10 transactions suivantes :

$t_1 =$	{a, b, e, f}	$t_4 =$	{b, c, e}	$t_7 =$	{c, d, e}	$t_9 =$	{b, c, d}
$t_2 =$	{a, d, e}	$t_5 =$	{a, b, d, e, f}	$t_8 =$	{a, b, c, e, f}	$t_{10} =$	{d, e, f}
$t_3 =$	{a, b, c, d}	$t_6 =$	{a, b, c, d, e, f}				

   Donner l'ensemble des itemsets fréquents obtenus en appliquant l'algorithme a-priori avec $minsup = 0.4$. Pour chaque étape de l'algorithme vous donnerez les itemsets candidats et les itemsets fréquents trouvés.

5. On considère l'itemset {a, b, e, f}. Engendrer les règles d'associations obtenues en considérant $minconf = 1$.

Exercice 4 *Base de règles (2pts)*

On considère la base de règles suivante, où les lettres majuscules correspondent à des propositions atomiques :

R_1 :	A, I → E	R_6 :	I, E → A, G
R_2 :	A, B → K	R_7 :	G, H → D
R_3 :	A, C → K	R_8 :	H → F, C
R_4 :	F → K	R_9 :	D, J → F, K
R_5 :	I → B	R_{10} :	B → H

1. Soit la base de faits initiale {A, I}.
   Indiquer les cycles successifs d'un moteur d'inférence fonctionnant en chaînage avant jusqu'à saturation, en considérant la stratégie suivante pour la résolution de conflits : choix de la première règle dans l'ordre de la base de règles. Chaque règle ne peut être déclenchée qu'une fois.
2. Soit la base de faits initiale {A, I} et le but K.
   Simuler le fonctionnement du moteur d'inférence en chaînage arrière en construisant l'arbre ET/OU correspondant. Combien de preuves de K existe-t-il ?

NUMERO D'ANONYMAT :

Exemplaire 1
$\varphi_0 = \neg x_1 \vee x_5$
$\varphi_1 = x_1 \vee x_4$
$\varphi_2 = x_1 \vee \neg x_7$
$\varphi_3 = x_2 \vee \neg x_3$
$\varphi_4 = \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_5$
$\varphi_5 = \neg x_5 \vee \neg x_6$
$\varphi_6 = x_3 \vee x_6$
$\varphi_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee x_{11}$
$\varphi_8 = x_5 \vee x_8$
$\varphi_9 = x_7 \vee x_9 \vee \neg x_{10}$
$\varphi_{10} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\varphi_{11} = \neg x_8 \vee x_{10} \vee \neg x_{11}$

Exemplaire 2
$\varphi_0 = \neg x_1 \vee x_5$
$\varphi_1 = x_1 \vee x_4$
$\varphi_2 = x_1 \vee \neg x_7$
$\varphi_3 = x_2 \vee \neg x_3$
$\varphi_4 = \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_5$
$\varphi_5 = \neg x_5 \vee \neg x_6$
$\varphi_6 = x_3 \vee x_6$
$\varphi_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee x_{11}$
$\varphi_8 = x_5 \vee x_8$
$\varphi_9 = x_7 \vee x_9 \vee \neg x_{10}$
$\varphi_{10} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\varphi_{11} = \neg x_8 \vee x_{10} \vee \neg x_{11}$

Exemplaire 3
$\varphi_0 = \neg x_1 \vee x_5$
$\varphi_1 = x_1 \vee x_4$
$\varphi_2 = x_1 \vee \neg x_7$
$\varphi_3 = x_2 \vee \neg x_3$
$\varphi_4 = \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_5$
$\varphi_5 = \neg x_5 \vee \neg x_6$
$\varphi_6 = x_3 \vee x_6$
$\varphi_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee x_{11}$
$\varphi_8 = x_5 \vee x_8$
$\varphi_9 = x_7 \vee x_9 \vee \neg x_{10}$
$\varphi_{10} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\varphi_{11} = \neg x_8 \vee x_{10} \vee \neg x_{11}$

Exemplaire 4
$\varphi_0 = \neg x_1 \vee x_5$
$\varphi_1 = x_1 \vee x_4$
$\varphi_2 = x_1 \vee \neg x_7$
$\varphi_3 = x_2 \vee \neg x_3$
$\varphi_4 = \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_5$
$\varphi_5 = \neg x_5 \vee \neg x_6$
$\varphi_6 = x_3 \vee x_6$
$\varphi_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee x_{11}$
$\varphi_8 = x_5 \vee x_8$
$\varphi_9 = x_7 \vee x_9 \vee \neg x_{10}$
$\varphi_{10} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\varphi_{11} = \neg x_8 \vee x_{10} \vee \neg x_{11}$

Exemplaire 5
$\varphi_0 = \neg x_1 \vee x_5$
$\varphi_1 = x_1 \vee x_4$
$\varphi_2 = x_1 \vee \neg x_7$
$\varphi_3 = x_2 \vee \neg x_3$
$\varphi_4 = \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_5$
$\varphi_5 = \neg x_5 \vee \neg x_6$
$\varphi_6 = x_3 \vee x_6$
$\varphi_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee x_{11}$
$\varphi_8 = x_5 \vee x_8$
$\varphi_9 = x_7 \vee x_9 \vee \neg x_{10}$
$\varphi_{10} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\varphi_{11} = \neg x_8 \vee x_{10} \vee \neg x_{11}$

Exemplaire 6
$\varphi_0 = \neg x_1 \vee x_5$
$\varphi_1 = x_1 \vee x_4$
$\varphi_2 = x_1 \vee \neg x_7$
$\varphi_3 = x_2 \vee \neg x_3$
$\varphi_4 = \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_5$
$\varphi_5 = \neg x_5 \vee \neg x_6$
$\varphi_6 = x_3 \vee x_6$
$\varphi_7 = \neg x_4 \vee x_5 \vee x_{11}$
$\varphi_8 = x_5 \vee x_8$
$\varphi_9 = x_7 \vee x_9 \vee \neg x_{10}$
$\varphi_{10} = \neg x_8 \vee \neg x_9$
$\varphi_{11} = \neg x_8 \vee x_{10} \vee \neg x_{11}$